

Barbara Bilewicz-Kuźnia
Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej w Lublinie

Model pracy grupy przedszkolnej a dojrzałość dzieci do uczenia się matematyki w warunkach szkolnych

Celem badań była ocena i porównanie dojrzałości do uczenia się matematyki przez dzieci siedmioletnie, które ukończyły edukację przedszkolną prowadzoną według koncepcji tradycyjnej i alternatywnej, zgodnej z podejściem Friedricha Froebela. Badaczka interesowała, czy i w jakim stopniu model pracy grupy przedszkolnej różniuje wyniki dzieci w zakresie wiedzy i umiejętności matematycznych ogólnie i w zakresie rozumienia liczby, przestrzeni i czasu. Do oceny rozwoju kompetencji matematycznych wykorzystano skalę LPC6 (Oszwa, 2006). Badania porównawcze 90 dzieci (po 45 w grupie) wykazały, iż dzieci edukowane w odmiennym modelu różniły się istotnie w zakresie ogólnego wskaźnika kompetencji matematycznych na korzyść dzieci, które zrealizowały edukację przedszkolną w koncepcji alternatywnej. Najwięcej różnic dotyczy rozwoju umiejętności geometrycznych, to jest rozumienia relacji przestrzennych, umiejętności arytmetycznych, układania i rozwiązywania zadań matematycznych oraz liczby miesięcy.

Słowa kluczowe: edukacja autorska, edukacja przedszkolna, filozofia edukacyjna Froebela, dojrzałość szkolna, kompetencje matematyczne dzieci, model tradycyjny, model alternatywny

Wprowadzenie

Rozwiązania prawne lat 90. XX wieku, które przyniosła reforma ustrojowa w Polsce, otworzyły drzwi wielowariantowości organizacyjnej, programowej i metodycznej w przedszkolach. W związku z zaistniałymi możliwościami do wielu publicznych placówek wprowadzono modele już w świecie uznane i sprawdzone, ale w naszym kraju jeszcze mało zgłębiane i praktykowane, takie jak plan daltoński, system Montessori, koncepcję Friedricha Froebela czy Rudolfa Steinera. Zaczęto tym samym odróżniać organizację wychowania przedszkolnego w tak zwanym modelu tradycyjnym (Andrzejewska, 2013) od modeli odmiennych, określanych jako holistyczne (tamże), edukację alternatywną czy autorską (Śliwowski, 2008). Osiągnięcia i rozwój dzieci pracujących w przedszkolach o różnym profilu były i nadal są przedmiotem analiz wielu badaczy (m.in.

Guz, Bedarczuk, Bilewicz-Kuźnia, 2015). Niniejsze opracowanie stanowi próbę określenia podobieństw i różnic w obszarze stanu dojrzałości do uczenia się matematyki dzieci siedmioletnich, które zrealizowały edukację przedszkolną, w dwóch odmiennych modelach: koncepcji tradycyjnej i drugiej, zgodnej z podejściem Friedricha Froebela w autorskim ujęciu Bilewicz-Kuźni (2014). Podjęty temat wydaje się ważny. Jak wynika z doniesień badawczych Edyty Gruszczyk-Kolczyńskiej (1997), około 43% dzieci sześciolletnich nie posiada należytych kompetencji intelektualnych potrzebnych do uczenia się matematyki w szkole, a dorośli ucząc dzieci prostych umiejętności matematycznych, zbyt słabo kształtują te procesy psychiczne, które są nieodzowne w uczeniu się matematyki w szkole. Z tego powodu interesujące może okazać się przyjrzenie się osiągnięciom matematycznym dzieci, które ukończyły edukację przedszkolną zrealizowaną w odmiennych podejściach, klasycznym oraz alternatywnym, tak zwanym modelem freblowskim.

Odniesienia teoretyczne

W literaturze przedmiotu spotykamy się z różnymi typologiami modeli edukacji przedszkolnej. W modelu tradycyjnym dziecko postrzegane jest jako istota przyswajająca wiedzę, wartości, reguły i normy. Strategia edukacji opiera się w nim na uczeniu się przez przyswajanie i po śladzie. Oferta edukacyjna jest jednakowa dla wszystkich, a w przedszkolu realizuje się program niewzglądający uprzednich doświadczeń dziecka. Praca nauczyciela jest kontrolowana, ustrukturalizowana, jej istotą jest trening procedur (Andrzejewska, 2013, s. 115-116). W podejściu alternatywnym, czy to Marii Montessori, Friedricha Froebela, Rudolfa Steinera, dziecko jest bytem osobowym, podmiotem uczącym się. Oferta edukacyjna jest indywidualizowana, dziecko gromadzi i generuje doświadczenia będące podstawą budowania kompetencji. Ważne cechy modelu nietradycyjnego to sięganie do osobistych potencjałów dziecka, edukacja w wolności, niezależności, samodzielności, aktywność własna wychowanka. Modele różnią się ponadto organizacją przestrzeni edukacyjnej, elementami środowiska materialnego, atmosferą na zajęciach, sposobem traktowania dziecka i wyznaczania zakresu jego autonomii, ocenianiem. W tradycyjnym modelu nauczyciel trzyma się uznanych scenariuszy zgodnych z wytycznymi podstawy programowej, w nietradycyjnym – scenariusz zajęć traktuje swobodnie, obliguje go podstawa programowa, ale jest w interpretowaniu programów wychowania przedszkolnego i towarzyszącej im oprawy metodycznej wolny.

W literaturze przedmiotu możemy się spotkać z różną terminologią związaną z przygotowaniem dzieci do szkolnej nauki matematyki. Edyta Gruszczyk-Kolczyńska (1997, s. 8) używa pojęcia dojrzałość do uczenia się matematyki i precyzuje jej wskaźniki, takie jak: świadomość, w jaki sposób należy poprawnie liczyć przedmioty, odpowiedni poziom operacyjnego rozumowania, zdolność do funkcjonowania na poziomie symbolicznym i ikonycznym, stosunkowo wysoki poziom odporności emocjonalnej na sytuacje trudne, należyta sprawność manualna, precyzja spostrzegania i koordynacja wzrokowo-ruchowa. Urszula Oszwa i Edyta Gajownik (2015) używają natomiast określenia gotowość szkolna do podjęcia edukacji matematycznej. W niniejszych badaniach dojrzałość do uczenia się matematyki w warunkach szkolnych ujmuję jako stan rozwoju, którego przejawem jest osiągnięcie przez dziecko określonych umiejętności matematycznych. Dojrzałość utożsamiam

zatem z poczuciem kompetencji, wyznaczonych przez wiele umiejętności matematycznych, określonych dla dziecka kończącego edukację przedszkolną przez Podstawę programową (2014). Niniejsze podejście jest zbliżone z podejściem Oszwy i Gajownik (2015), które za wskaźniki gotowości szkolnej do uczenia się matematyki uznają zdobyte kompetencje w zakresie posługiwania się liczbami, rozumienia relacji przestrzennych i czasowych oraz proponują w badaniu gotowości Skalę umiejętności i sprawności matematycznych LPC6 (Oszwa, 2006).

Najważniejszym dokumentem określającym pracę nauczycieli z wychowankiem jest Zalecenie Parlamentu Europejskiego, 2006/962/WE, precyzujące osiem rodzajów kompetencji, które określa się kluczowymi, czyli takimi, których wszystkie osoby potrzebują do samorealizacji i rozwoju osobistego, bycia aktywnym obywatelem, integracji społecznej i zatrudnienia. Kompetencje matematyczne pojawiają się w tym dokumencie tuż obok kompetencji naukowo-technicznych i mają ścisły związek z umiejętnościami szczególnie przydatnymi w codziennym życiu: liczeniem, mierzeniem, rozumowaniem w matematyczny sposób, stosowaniem zasad. Konieczna wiedza w dziedzinie matematyki obejmuje solidną umiejętność liczenia, znajomość miar i struktur, głównych operacji i sposobów prezentacji matematycznej, rozumienie terminów i pojęć matematycznych, a także świadomość pytań, na które matematyka może dać odpowiedź. Osoba kompetentna matematycznie powinna posiadać umiejętności stosowania głównych zasad i procesów matematycznych w codziennych sytuacjach prywatnych i zawodowych, a także śledzenia i oceniania ciągów argumentów. Powinna ona być w stanie rozumować w matematyczny sposób i komunikować się językiem matematycznym oraz korzystać z odpowiednich pomocy. Pozytywna postawa w matematyce opiera się na szacunku dla prawdy i chęci szukania przyczyn i oceniania ich zasadności (Zalecenie Parlamentu Europejskiego, 2006/962/WE).

Drugim dokumentem wyznaczającym rozumienie dojrzałości do uczenia się matematyki w warunkach systemu klasowo-lekcyjnego w naszym kraju jest Podstawa programowa kształcenia ogólnego. W zakresie interesującego nas wychowania przedszkolnego w Podstawie programowej (2014)¹ odnajdujemy wykaz umiejętności matematycznych dziecka kończącego etap edukacji przedszkolnej, czyli dziecka będącego w szóstym roku życia. W świetle tego dokumentu możemy wyróżnić następujące przejawy kompetencji matematycznych i odpowiadające im wskaźniki:

- wiedza o regularnościach i cyklach obserwowalnych w przyrodzie i kalendarzu, o czym świadczy umiejętność określona w podstawie: zna stałe następstwo dni i nocy, pór roku, dni tygodnia, miesięcy w roku;
- wiedza o sensie pomiaru, znajomość prostych sposobów mierzenia: wie, na czym polega pomiar długości i zna proste sposoby mierzenia: krokami, stopa za stopą;
- orientowanie się w przestrzeni: rozróżnia stronę lewą i prawą, określa kierunki i ustala położenie obiektów w stosunku do własnej osoby, a także w odniesieniu do innych obiektów; potrafi określić kierunki oraz miejsca na kartce papieru, rozumie polecenia typu: narysuj kółko w lewym górnym rogu kartki, narysuj szlaczek, zaczynając od lewej strony kartki;

¹ W okresie badań obowiązywała Podstawa programowa z 2014 r., stąd wykaz umiejętności matematycznych z obowiązującej wówczas wersji dokumentu.

- klasyfikowanie: grupuje obiekty w sensowny sposób (klasyfikuje) i formułuje uogólnienia; rozumienie pojęcia liczby i zdolność rachowania: liczy obiekty i odróżnia błędne liczenie od poprawnego; dodaje i odejmuje w zakresie 10, pomagając sobie liczeniem na palcach lub na innych zbiorach zastępczych; porównuje szacunkowo liczebności zbiorów; rozróżnia zbiory równoliczne i nierównoliczne; zna cyfry od 0 do 9 i tworzy z nich liczby od 0 do 10 i więcej;
- myślenie matematyczne: przewidywanie skutków czynności manipulacyjnych, wnioskowanie o zmianach; stara się łączyć przyczynę ze skutkiem i próbuje przewidywać, co się może zdarzyć;
- komunikowanie się z użyciem matematyki: formułuje uogólnienia typu: to do tego pasuje, te obiekty są podobne, a te są inne;
- ciekawość matematyczna: wnioskowanie o wprowadzanych i obserwowanych zmianach; łączenie przyczyny ze skutkiem i próby przewidywania, co się może zdarzyć.

Jak wynika z zestawienia, zdolności, sprawności i umiejętności określone przez podstawę programową odnoszą się głównie do sprawności liczenia oraz zdolności orientowania się w przestrzeni, w dalszej kolejności zaakcentowane jest rozwijanie czynności intelektualnych związanych z myśleniem oraz rozwijanie ciekawości matematycznej. Inne zagadnienia to rymy, mierzenie i klasyfikowanie.

Cel badań i metoda

Celem badań była próba określenia podobieństw i różnic w zakresie kompetencji matematycznych dzieci siedmioletnich realizujących edukację przedszkolną, w grupach przedszkolnych o odmiennych podejściach pedagogicznych, koncepcji tradycyjnej i alternatywnej, zgodnej z podejściem Friedricha Froebela w autorskim ujęciu Bilewicz-Kuźnia. Na potrzeby badań sformułowano pytanie: Czy i w jakim stopniu model pracy grupy przedszkolnej (tradycyjny *vel* alternatywny, zgodny z założeniami pedagogiki Froebela w ujęciu autorskim) różnicuje wyniki dzieci w zakresie dojrzałości do uczenia się matematyki w warunkach szkolnych ogólnie oraz szczegółowo w zakresie rozumienia liczby, rozumienia przestrzeni i czasu? Na potrzeby badań sformułowano następującą hipotezę: Dzieci siedmioletnie korzystające z matematycznej edukacji przedszkolnej opartej na założeniach pedagogicznych Froebela w ujęciu autorskim (Bilewicz-Kuźnia, 2014) będą przejawiały wyższe osiągnięcia w zakresie wiedzy i umiejętności matematycznych (dotyczących rozumienia liczby, przestrzeni i czasu), w porównaniu z dziećmi z grupy tradycyjnej.

Badania diagnostyczne przeprowadzono w czerwcu 2015 roku w Lublinie w dwóch przedszkolach w dużym mieście. W grupie tradycyjnej znalazło się 45 dzieci, w grupie pracującej według modelu autorskiego – także 45 dzieci. Respondenci nie różnili się między sobą statystycznie w zakresie płci ($\chi^2 = 2,85$; $p = 0,092$), struktury rodzin ($\chi^2 = 3,01$; $p = 0,222$), poziomu dojrzałości operacyjnego rozumowania ($U = 821$, $p = 0,122$). Wszystkie dzieci w trakcie badań ukończyły szósty i były w siódmym roku życia.

Grupy pracujące według modelu autorskiego pracowały cały rok przedszkolny na podstawie opracowanej i zarejestrowanej w Kuratorium Oświaty innowacji programowo-organizacyjno-metodycznej „Dar zabawy” (Bilewicz-Kuźnia, 2014). Miały także na wyposażeniu sal po trzy komplety pomocy dydaktycznych Froebela,

drewnianych klocków w kształcie trójwymiarowych brył, płaskich płytek w kształcie podstawowych figur geometrycznych, wełnianych piłeczek do zabaw badawczych, patyczków, żetonów i pierścieni. Do oceny poziomu rozwoju kompetencji matematycznych wykorzystano skalę LPC6 Oszwy (2006). Opracowany zestaw zadań diagnostycznych skali służy do oceny gotowości szkolnej dziecka w zakresie podstawowych umiejętności matematycznych i arytmetycznych. Za główne umiejętności szkolne, na podstawie których będą się rozwijać następne, Oszwa uważa zdolności posługiwania się liczbami. Jako drugi aspekt wymienia grupę zdolności geometrycznych: orientację w przestrzeni, znajomość podstawowych figur geometrycznych oraz ich różnicowanie. W trzeciej grupie umiejętności znajdują się te, związane z pojęciem czasu, rozumiane jako świadomość periodyzacji i cykliczności życia w formie pór dnia, dni tygodnia, pór roku, miesięcy, znajomość jednostek czasu oraz narzędzi jego pomiaru. Jak twierdzi autorka, wymienione umiejętności są istotne z punktu widzenia dalszego rozwoju i kształcenia w ramach szkoły podstawowej (tamże, s. 11). Do oceny umiejętności matematycznych pozyskano zatem jeden wskaźnik ogólny i trzy szczegółowe. Wskaźnik ogólny (mat O) stanowił sumę wyników otrzymanych przez dziecko we wszystkich próbach, natomiast wskaźniki szczegółowe były miarami umiejętności posługiwania się liczbami (mat L), orientacji przestrzennej i znajomości figur geometrycznych (mat P) oraz orientacji w czasie i znajomości określeń służących do jego pomiaru (mat C). Maksymalna liczba punktów możliwych do uzyskania w poszczególnych aspektach umiejętności matematycznych wyniosła: mat L = 16 pkt, mat P = 10 pkt, mat C = 10 pkt. Badanie testowe przeprowadzono indywidualnie z każdym dzieckiem w oddzielnym pomieszczeniu i polegało ono na rozwiązywaniu przez dziecko 36 zadań, adekwatnych, ale w niektórych zakresach wykraczających poza wymagania podstawy programowej edukacji matematycznej sześciolatek. Materiał empiryczny poddano analizie ilościowej. Za poprawne rozwiązanie wszystkich zadań dziecko mogło uzyskać od 0 do 36 punktów. Wskaźnik ten informował o kompetencjach i umiejętnościach matematycznych badanego w zakresie znajomości liczb i umiejętności posługiwania się nimi, orientacji przestrzennej i orientacji w czasie. Z uwagi na to, że grupy były równoliczne (po 45 badanych), w pojedynczym zadaniu grupa mogła zdobyć maksymalnie 45 punktów, po punkcie punkcie za poprawnie wykonane zadanie.

Kompetencje matematyczne jako wskaźniki dojrzałości do uczenia się matematyki w warunkach szkolnych

W celu określenia poziomu kompetencji matematycznych dzieci oraz empirycznej weryfikacji hipotezy dotyczącej korzystnego wpływu alternatywnego, freblowskiego modelu pracy grupy przedszkolnej w ujęciu autorskim wykorzystano próby do oceny umiejętności matematycznych dzieci sześciolatek LPC6 Oszwy (2006). Na podstawie przeglądu literatury z zakresu psychologii rozwojowej i klinicznej autorka prób uznaje, że na umiejętności matematyczne, które mogą i powinny być opanowane w końcowym etapie przedszkolnym, składają się fundamentalne kompetencje z trzech istotnych zakresów: liczby, przestrzeni i czasu.

Tabela 1. Kompetencje matematyczne dzieci z grup alternatywnej i tradycyjnej w świetle LPC6

Grupa	Liczba uzyskanych punktów	<i>M</i>	<i>SD</i>	Różnica średnich	<i>p</i>
Grupa alternatywna (A)	1155	26,30	5,53	3,107	0,003 (i.s.)
Grupa tradycyjna (T)	1073	23,19	5,56		

Wyniki badań wykazały, iż porównywane grupy różniły się pod koniec wieku przedszkolnego istotnie pod względem statystycznym w zakresie ogólnego wskaźnika kompetencji matematycznych na korzyść dzieci, które zrealizowały edukację w modelu alternatywnym według założeń Froebela w autorskim ujęciu (Bilewicz-Kuźnia, 2014, 2015). Różnica ta była istotna statystycznie. Na ogólne kompetencje matematyczne złożyły się wskaźniki szczegółowe, czyli umiejętności związane z liczeniem oraz rozumieniem pojęcia przestrzeni i czasu.

Tabela 2. Kompetencje matematyczne dzieci w zakresie umiejętności liczenia, rozumienia przestrzeni i czasu w grupie alternatywnej i tradycyjnej w świetle LPC6

Grupa	Płeć	<i>N</i>	Liczenie		Rozumienie przestrzeni		Rozumienie czasu	
			<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>
Grupa alternatywna (A)	D	18	10,83	3,14	9,89	0,45	6,39	1,91
	CH	27	9,15	3,97	9,56	0,80	6,00	2,48
	ogółem		9,82	3,72	9,69	0,70	6,16	2,26
Grupa tradycyjna (T)	D	26	9,62	2,71	8,67	1,93	7,15	1,66
	CH	19	8,05	3,67	8,00	2,30	5,58	2,34
	ogółem		8,96	3,21	8,40	2,10	6,49	2,10

Jak wskazują dane zawarte w tabeli, dzieci, które korzystały z alternatywnego modelu edukacji, różniły się w zakresie kompetencji matematycznych od dzieci korzystających z modelu tradycyjnego najbardziej w zakresie rozumienia przestrzeni i rozwoju umiejętności liczenia. W zakresie rozumienia czasu różnice te były nieistotne. Można by przypuszczać, iż różnice te są wynikiem praktykowanego podejścia pedagogicznego i związanych z nim obecnością dodatkowego materiału pod postacią pomocy dydaktycznych używanych nie tylko do zajęć matematycznych, i twórczych, ale i w zabawie swobodnej.

Umiejętności związane z liczeniem

Otoczający nas świat jest opisany w kategoriach stosunków ilościowych. Jak wskazuje Ludwika Jeleńska (1957, s. 14):

pojęcie liczby – samo zawarte w pojęciu liczenia jest gruntem dla pojęcia wszystkich działań: one z niego naturalną drogą wypływają. Przy dobrym kierowaniu pracą dziecko zdobywa jednocześnie pojęcia liczby, liczenia, działania na liczbach. Nowe i trudne będzie później pojęcie formuły jako symbolu działania, a przedtem cyfry jako symbolu liczby.

Jak wskazują Małgorzata Skura i Michał Lisicki (2014, s. 7), dziecku w wieku przedszkolnym potrzebne są kompetencje w zakresie liczenia i rachowania w co najmniej kilku celach: dla porządkowania rzeczywistości z pomocą liczenia, gdyż liczenie wywodzące się z rytmów i tak jak rytm wprowadza w otoczenie pewien porządek; dla radzenia sobie z różnymi sytuacjami problemowymi, w których trzeba policzyć, posługując się liczebnikami kardynalnymi lub porządkowymi; dla zrozumienia pojęcia liczby w kilku aspektach (kardynalnym, porządkowym, arytmetycznym i symbolicznym); dla nauczenia się rachowania (dodawania, odejmowania, potem mnożenia i dzielenia); dla radzenia sobie z zadaniami z treścią, w których trzeba znaleźć zależności między danymi, obliczyć, odpowiedzieć na postawione pytania.

Tabela 3. Porównanie osiągnięć grupy alternatywnej i tradycyjnej w zakresie umiejętności związanych z liczeniem według Skali LPC6

Nr zadania skali LPC	Kompetencje w zakresie znajomości liczb i umiejętności posługiwania się nimi	Grupa	Badania końcowe					
			Liczba uzyskanych punktów	% dzieci, które rozwiązały zadanie	<i>M</i>	<i>SD</i>	χ^2	<i>p</i>
1	Sekwencyjne liczenie	A	39	86,7	0,87	0,34	1,111	0,292
		T	42	93,3	0,93	0,25		
2	Liczenie dwójkami (2, 3, 6... 20)	A	19	42,2	0,42	0,50	1,746	0,186
		T	13	28,9	0,29	0,46		
3	Liczenie piątkami (5, 10... 50)	A	8	17,8	0,18	0,39	0,809	0,368
		T	5	11,1	0,11	0,32		
4	Liczenie wspak (11, 10...)	A	35	77,8	0,78	0,42	0,909	0,340
		T	31	68,9	0,69	0,47		
5	Liczenie dziesiątkami (10, 20... 50)	A	28	62,2	0,62	0,50	1,620	0,203
		T	22	48,9	0,49	0,50		
6	Porządkowanie serii	A	43	95,6	0,96	0,49	0,000	1,000
		T	43	95,6	0,96	0,20		
7	Aspekt porządkowy liczby	A	40	88,9	0,89	0,20	0,385	0,535
		T	38	84,4	0,84	0,37		

cd. tabeli 3

8	Porównanie liczebności zbiorów (których więcej)	A	42	93,3	0,93	0,32	0,155	0,694
		T	41	91,1	0,91	0,29		
9	Określanie różnicy liczebności zbiorów (ile więcej)	A	27	60,0	0,60	0,25	0,407	0,523
		T	24	53,3	0,53	0,50		
10	Pisanie cyfr	A	30	66,7	0,67	0,49	1,667	0,197
		T	24	53,3	0,53	0,50		
11	Czytanie cyfr	A	38	84,4	0,84	0,47	0,385	0,535
		T	40	88,9	0,89	0,32		
12	Nazywanie znaków arytmetycznych	A	3	6,7	0,07	0,37	0,549	0,459
		T	5	11,1	0,11	0,32		
13	Układanie i rozwiązywanie zadań – dodawanie	A	21	46,7	0,47	0,25	3,876	0,049
		T	12	26,7	0,27	0,45		
14	Układanie i rozwiązywanie zadań – odejmowanie	A	23	51,1	0,51	0,50	1,620	0,203
		T	17	37,8	0,38	0,50		
15	Wykonywanie działań arytmetycznych – dodawanie	A	28	62,2	0,62	0,50	0,047	0,829
		T	27	60,0	0,60	0,49		
16	Wykonywanie działań arytmetycznych – odejmowanie	A	45	100,0	0,40	0,49	6,429	0,011
		T	39	86,7	0,42	0,50		

df = 1

Różnice między porównywanymi grupami były w badaniach końcowych istotne statystycznie w zakresie trzech umiejętności: układania i rozwiązywania zadań związanych z dodawaniem oraz wykonywania działań arytmetycznych związanych z odejmowaniem – różnice te były na korzyść grupy alternatywnej, zaś zdolność nazywania znaków arytmetycznych była lepiej rozwinięta u dzieci z grupy tradycyjnej. Wszystkie dzieci z grupy alternatywnej wykazały się istotnie statystycznie wyższą kompetencją w zakresie wykonywania działań arytmetycznych związanych z odejmowaniem. Były to zadania typu: *Przeczytaj głośno działania i powiedz, ile to: $3 - 2 =$, $6 - 1 =$, $7 - 4 =$, $8 - 5 =$* . Ponad 90% dzieci wykazało się umiejętnością porządkowanie serii i porównywania liczebności zbiorów. Poza układaniem i rozwiązywaniem zadań związanych z odejmowaniem dzieci z grupy autorskiej istotnie różniły się od grupy klasycznej w zakresie układania i rozwiązywania zadań związanych z dodawaniem. Sprawności te są związane z funkcjonowaniem na poziomie symbolicznym i świadczą o wysokim poziomie dojrzałości psychicznej do uczenia się matematyki w warunkach szkolnych.

W grupie tradycyjnej umiejętnościami łatwymi dla ogromnej większości (ponad 90% dzieci) w badaniach końcowych były: porządkowanie serii, liczenie sekwencyjne i porównywanie liczebności. Większość dzieci potrafiła już pod koniec roku przedszkolnego czytać cyfry. Podobnie jak dzieci z grupy A, dzieci z grupy T rozwinęły się w zakresie wykonywania działań arytmetycznych związanych z odejmowaniem.

Rozumienie przestrzeni

Zagadnienia związane z geometrią obejmują znajomość figur geometrycznych, pierwsze intuicje w zakresie rozumienia miar (długość, objętość, pole) oraz umiejętność dokonywania przekształceń. Podłożem tych umiejętności jest dobra orientacja w przestrzeni, dlatego też Podstawa programowa (2014) zawiera treści związane z tymi zagadnieniami. Charakteryzując dyspozycję przeciętnego sześciolatka, należy więc wyjść od elementarnej zdolności przestrzennej, jaką jest orientacja w schemacie własnego ciała i otaczającej przestrzeni, a następnie scharakteryzować zdolności w zakresie różnicowania figur geometrycznych, rozumienia miar i dokonywania przekształceń.

Tabela 4. Porównanie osiągnięć grupy alternatywnej i tradycyjnej w zakresie umiejętności związanych z orientowaniem się w przestrzeni według Skali LPC6

Nr zadania skali LPC	Kompetencje w zakresie orientowania się w przestrzeni	Grupa	Badania końcowe			
			Liczba uzyskanych punktów	% dzieci, które rozwiązały zadanie	χ^2	p
17	Różnicowanie kształtów prostokątów i kwadratów	A	45	100,0	0,011	0,026
		T	39	86,7		
18	Różnicowanie figur płaskich i przestrzennych (koło, kula)	A	43	95,6	0,000	0,000
		T	19	42,2		
19	Orientacja przestrzenna – określanie stron (prawa)	A	45	100,0	4,186	0,041
		T	41	91,1		
20	Orientacja przestrzenna – określanie stron (lewa)	A	43	95,6	0,398	0,677
		T	41	91,1		
21	Orientacja w schemacie ciała (wskazywanie prawej części ciała)	A	45	100,0	4,186	0,041
		T	41	91,1		
22	Orientacja w przestrzeni (obiekty po lewej stronie)	A	44	97,8	0,1906	0,167
		T	41	91,1		
23	Orientacja przestrzenna (obiekty na prawo od)	A	43	95,6	0,079	0,187
		T	38	84,4		
24	Orientacja przestrzenna (obiekty na lewo od)	A	43	95,6	0,044	0,090
		T	37	82,2		
25	Orientacja w schemacie ciała (wskazywanie lewej kończyny)	A	44	97,8	0,091	0,203
		T	40	88,9		
26	Relacje przestrzenne między obiektami na obrazku	A	41	91,1	1,000	1,000
		T	41	91,1		

Badania przedszkolaków przeprowadzone pod koniec ich edukacji przedszkolnej, tuż przed rozpoczęciem edukacji szkolnej wykazały, iż dzieci pracujące według modelu autorskiego w duchu pedagogiki freblowskiej cechował istotnie statystycznie wyższy poziom umiejętności matematycznych w zakresie różnicowania figur płaskich (prostokąta od kwadratu), różnicowania figur płaskich od przestrzennych (na przykładzie odróżniania kuli od koła), orientacji w schemacie własnego ciała, określania stron (prawa), orientacji w przestrzeni (odróżnianie i nazywanie strony lewej).

Rozumienie pojęcia czasu

Najwięcej trudności sprawiają dzieciom zadania związane z czasem i znajomością kalendarza. Pojęcie czasu kształtuje się u nich dość długo, a poczucie czasu jest kwestią złożoną i indywidualną. Jedną z przyczyn trudności w jego pełnym rozumieniu jest subiektywność jego odczuwania. Zbudowanie w umyśle pojęcia czasu wymaga też dobrej spostrzegawczości i pamięci. Dziecko musi przyswoić wiele nowych nazw (np. dni tygodnia, miesięcy), dostrzec pewne cechy zjawisk, zrozumieć relacje, które nie zawsze są dostępne bezpośredniemu poznaniu. Wymaga to sprawnych procesów porównywania, porządkowania i przyporządkowywania oraz wysokiego poziomu dojrzałości operacyjnego rozumowania. Ponadto pojęcie czasu jest uwarunkowane znajomością pojęć liczbowych i miar. Jak wykazują badania (Moroz, 1982; Oszwa, 2006), sześciolatkom nie sprawia żadnych trudności posługiwanie się ogólnymi określeniami czasu, np. długo, krótko, wolno, szybko. Bardzo dobrze rozumieją pojęcia: rano, południe, wieczór oraz dziś, wczoraj, jutro. Większość sześciolatków zna pory roku, jednak około jedna trzecia dzieci nie potrafi wymienić ich nazw we właściwej kolejności. Tylko jedna piąta dzieci sześciolatków (Oszwa, 2006, s. 36) wie, ile miesięcy ma rok. Z badań Moroz (1982, s. 30) wynika też że sześciolatki bardzo dobrze wiedzą, jaki jest bieżący dzień, jaki dzień będzie jutro i pojutrze, trzy czwarte z nich (79%) zna nazwy miesięcy. Badane przez Kłysewicz (2008, s. 23) sześciolatki, nawet jeśli potrafiły wymienić nazwy pory roku, miesięcy czy por dnia, to dla większości z nich zadania polegające na ich chronologicznym uporządkowaniu były nie do rozwiązania. Z tych doniesień wynika, że ponad połowa dzieci, określając czas, nie rozumie i nie stosuje adekwatnie terminów opisujących podstawowe pory dnia. Duża część dzieci nie rozumie, a zarazem nie używa pojęć określających upływający czas oraz opisujących miary i wielkości.

Tabela 5. Porównanie osiągnięć grupy alternatywnej i tradycyjnej w zakresie umiejętności związanych z orientowaniem się w czasie według Skali LPC6

Nr zadania skali LPC6	Kompetencje w zakresie orientowania się w przestrzeni	Grupa	Badania końcowe			
			Liczba uzyskanych punktów	% dzieci, które rozwiązały zadanie	χ^2	p
27	Kolejność pór roku	A	40	88,9	0,809	0,550
		T	37	82,2		
28	Następstwo pór roku	A	34	75,6	0,062	1,000
		T	35	77,8		
29	Pory dnia (rano, południe, wieczór)	A	28	62,2	5,682	0,01
		T	38	84,4		
30	Porównywanie długości jednostek pomiaru czasu	A	36	80,0	3,462	0,063
		T	42	93,3		
31	Dni tygodnia – pojutrze	A	23	51,1	1,131	0,395
		T	28	62,2		
32	Dni tygodnia – przedwczoraj	A	17	37,8	0,185	0,830
		T	19	42,2		
33	Liczba dni tygodnia	A	32	71,1	0,055	1,000
		T	33	73,3		
34	Kolejność dni tygodnia	A	39	86,7	0,338	0,772
		T	37	82,2		
35	Liczba miesięcy w roku	A	13	28,9	4,444	0,035
		T	5	11,1		
36	Nazwy miesięcy	A	15	33,3	0,194	0,826
		T	17	37,8		

df = 1

W badaniach końcowych na 10 różnych umiejętności wyznaczających zdolności orientowania się w przestrzeni porównywane grupy różnicowała zdolność posługiwania się nazwami związanymi z różnymi porami dnia, co ujawniło się w odpowiedzi na pytanie: *O jakiej porze dnia jemy śniadanie, a o jakiej koloację?* oraz zdolność porównywania długości jednostek pomiaru. Umiejętności te były bardziej rozwinięte u dzieci z grupy tradycyjnej. Wiedza na temat liczby miesięcy w roku natomiast była istotnie wyższa w grupie alternatywnej.

Podsumowanie

Celem badań było określenie podobieństw i różnic w zakresie stanu dojrzałości matematycznej dzieci siedmioletnich, które korzystały z edukacji przedszkolnej o odmiennych podejściach, koncepcji tradycyjnej i alternatywnej, zgodnej z filozofią edukacyjną Friedricha Froebela w autorskim ujęciu. Hipoteza główna zakładająca wyższe osiągnięcia w zakresie wiedzy i umiejętności matematycznych (dotyczących rozumienia liczby, przestrzeni i czasu) i tym samym wyższy poziom dojrzałości dzieci z grupy pracującej w modelu alternatywnym w porównaniu z dziećmi z grupy tradycyjnej została potwierdzona. W grupach zaobserwowano istotne różnice z zakresie ogólnego poziomu rozwoju kompetencji. Wykazano, że najwięcej istotnie statystycznych różnic występuje w zakresie rozwoju umiejętności geometrycznych, to jest rozumienia relacji przestrzennych. Zmiany te są istotnie wyższe w zakresie pięciu umiejętności: różnicowania figur płaskich (prostokąta od kwadratu), umiejętności różnicowania figur płaskich od przestrzennych (na przykładzie odróżniania kuli od koła), orientacji w schemacie własnego ciała, określania stron (prawa), orientacji w przestrzeni (odróżnianie i nazywanie strony lewej). Inne także istotnie statystycznie różnice w zakresie kompetencji matematycznych dotyczą aspektu liczbowego i umiejętności liczenia. Dzieci z grup alternatywnych potrafią sprawniej układać i rozwiązywać zadania matematyczne, szczególnie związane z dodawaniem, oraz znajdują się na wyższym poziomie w zakresie wykonywania działań arytmetycznych z odejmowaniem. Są to bardzo trudne umiejętności, a biegłość i wyższy poziom sprawności w tym zakresie mówi o wyższej skuteczności oddziaływania pedagogicznego realizowanego według rozwiązań alternatywnych i autorskich. Inną niezwykle ważną umiejętnością różnicującą grupy była wiedza o liczbie miesięcy w roku, statystycznie istotnie wyższa w grupie alternatywnej. Jak wynika z teorii, pojęcia czasu wymagają rozumienia pojęcia liczby i relacji, które nie zawsze są dostępne bezpośredniemu poznaniu. Wymaga to sprawnych procesów poznawczych oraz wysokiego poziomu dojrzałości operacyjnego rozumowania i jest uwarunkowane znajomością pojęć liczbowych i miar.

Przypuszcza się, że różnice te są wynikiem nie tylko odmiennej filozofii edukacyjnej i stylu nauczania-uczenia się, ale także organizacji pracy i przestrzeni edukacyjnej w modelu alternatywnym. Mamy tu do czynienia z dodatkowym, wartościowym wyposażeniem sali pod postacią zestawów co najmniej trzech kompletów pomocy dydaktycznych używanych nie tylko do zajęć matematycznych i twórczych, ale i w zabawie swobodnej. Ponadto cały kontekst edukacyjny, inny charakter pracy nauczyciela, inne spojrzenie na dziecko jako podmiot uczący się to czynniki prawdopodobnie odpowiedzialne za te różnice. Kwestie te należałoby zbadać w dalszych eksploracjach.

Otrzymane dane upoważniają do stwierdzenia, iż wyniki wszystkich dzieci są bardzo zadowalające. Wszystkie badane dzieci są dojrzałe do podjęcia nauki matematyki w warunkach szkolnych. Co ważne, dzieci korzystające z autorskiego, alternatywnego modelu pracy grupy, opartego na pedagogice Froebela z wykorzystaniem materiałów dydaktycznych w jego opracowaniu, przejawiają ponadto wyższy poziom wybranych kompetencji matematycznych, co informuje o wyższym poziomie dojrzałości.

Jeśli odniesiemy wnioski płynące z badania do konkluzji amerykańskich badaczy Douglasa H. Clemensa i Julie Sarama (2007), które uwydatniły, że zdolności przestrzenne są predyktorem matematycznych

osiągnięć oraz wniosków badawczych, że rozumowanie przestrzenne odgrywa ważną rolę w przewidywaniu ogólnych sukcesów matematycznych dzieci i jest istotą kariery w naukach, technologii, inżynierii, sztuce i matematyce (STEAM to skrót od *science, technology, engineering, arts, mathematics*), niniejsze rezultaty mogą wydawać się zachęcające. Skoro także największe różnice między dziećmi o różnych doświadczeniach przedszkolnych dotyczą rozwoju zdolności rozumienia przestrzeni i liczenia, można przywołać uprzednio już sformułowaną tezę o istnieniu efektu dwóch dla jednego (*two – for – one effect*), który oznacza, że polepszenie w zakresie przestrzennego rozumowania powinno być także widoczne w polepszeniu ogólnych wyników w obszarze kompetencji matematycznych.

Bibliografia

- Andrzejewska J. (2013). *Zróźnicowanie modeli edukacyjnych w przedszkolu a funkcjonowanie psychospołeczne dzieci*. Lublin: Wydawnictwo Uniwersytetu Marii Curie-Skłodowskiej.
- Bilewicz-Kuźnia B. (2014). *Dar zabawy. Program wychowania przedszkolnego*. Lublin: Froebel.pl.
- Bilewicz-Kuźnia B. (2015). Przystosowanie psychospołeczne i współpraca rówieśnicza dzieci działających w małych grupach. W: J. Uszyńska-Jarmoc, M. Bilewicz (red.), *Kompetencje kluczowe dzieci i młodzieży. Teoria i badania*. Warszawa: Wydawnictwo Akademickie Żak, Fundacja Centrum Transferu Wiedzy i Innowacji Społeczno-Pedagogicznych.
- Clemens D.H., Sarama J. (2007). Effects of a Preschool mathematics curriculum: Summative research on the Building Blocks Project. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38, 2, 136-163.
- Gruszczyk-Kolczyńska E. (1997). *Dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki. Przyczyny, diagnoza, zajęcia korekcyjno-wyrównawcze*. Warszawa: Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne.
- Jeleńska L., Rusiecki A.M. (1957). *Metodyka arytmetyki i geometrii w pierwszych latach nauczania*. Warszawa: Państwowe Zakłady Wydawnictw Szkolnych.
- Kłysewicz J. (2008). Zakres i aspekty umiejętności matematycznych dzieci sześciolletnich- przegląd aspektów rozumowania. W: U. Oszwa (red.), *Wczesna diagnoza dziecięcych trudności w liczeniu, wybrane zagadnienia*. Kraków: Oficyna Wydawnicza Impuls.
- Moroz H. (1982). *Rozwijanie pojęć matematycznych u dzieci w wieku przedszkolnym*. Warszawa: Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne.
- Oszwa U. (2006). Rozwój i ocena umiejętności matematycznych dzieci sześciolletnich. W: *Doradca nauczyciela sześciolatków, z. 7*. Warszawa: Centrum Metodyczne Pomocy Psychologiczno-Pedagogicznej.
- Oszwa U., Gajownik E. (2015). Gotowość szkolna dzieci 5-letnich do podjęcia edukacji matematycznej. *Lubelski Rocznik Pedagogiczny*, XXXIV, 2, 167-176.
- Skura M., Lisicki M. (2014). *Myślenie matematyczne. Zabawy i zadania dla młodszych przedszkolaków, Liczenie i rachowanie. Cechy wielkościowe i porównywanie wielkości. Myślenie przyczynowo-skutkowe i rozwiązywanie problemów*. Warszawa: Wydawnictwo Raabe.
- Śliwerski B. (2008). *Edukacja autorska*. Kraków: Oficyna Wydawnicza Impuls.

Akty prawne

Zalecenie Parlamentu Europejskiego i Rady z dnia 18 grudnia 2006 r. w sprawie kompetencji kluczowych w procesie uczenia się przez całe życie (2006/962/WE), Dziennik Urzędowy Unii Europejskiej L394/15 31.12.2006.

Podstawa programowa wychowania przedszkolnego dla przedszkoli oraz innych form wychowania przedszkolnego, Załącznik do rozporządzenia Ministra Edukacji Narodowej z dnia 30 maja 2014 r. (poz. 803).

Summary

Preschol group work model and school readiness of children to learn math in school environment

The aim of the study was to evaluate and compare the school readiness of children who completed pre-school education following a traditional and alternative concept, according to Friedrich Froebel approach. The researcher was interested in: if and to what extent the model of pre-school group work differentiates children's results in terms of mathematical knowledge and skills in general, and especially in terms of understanding number, space and time. The Scale of LPC6 (Oszwa, 2006) was used to evaluate the development of mathematical competences. Comparative studies of 90 children (45 in each group) showed that children from different settings differed significantly in the overall index of mathematical competence in favor of children who had completed pre-school education in the alternative model. The greatest differences are in the development of geometric skills, ie. the understanding of spatial relationships and arithmetic skills: the laying and solving of mathematical tasks and the number of months.

Keywords: author education, pre-school education, Froebel's educational philosophy, school readiness, children's mathematical competences, traditional model, alternative model